

# Диоксид азота над городом и его перенос ветром

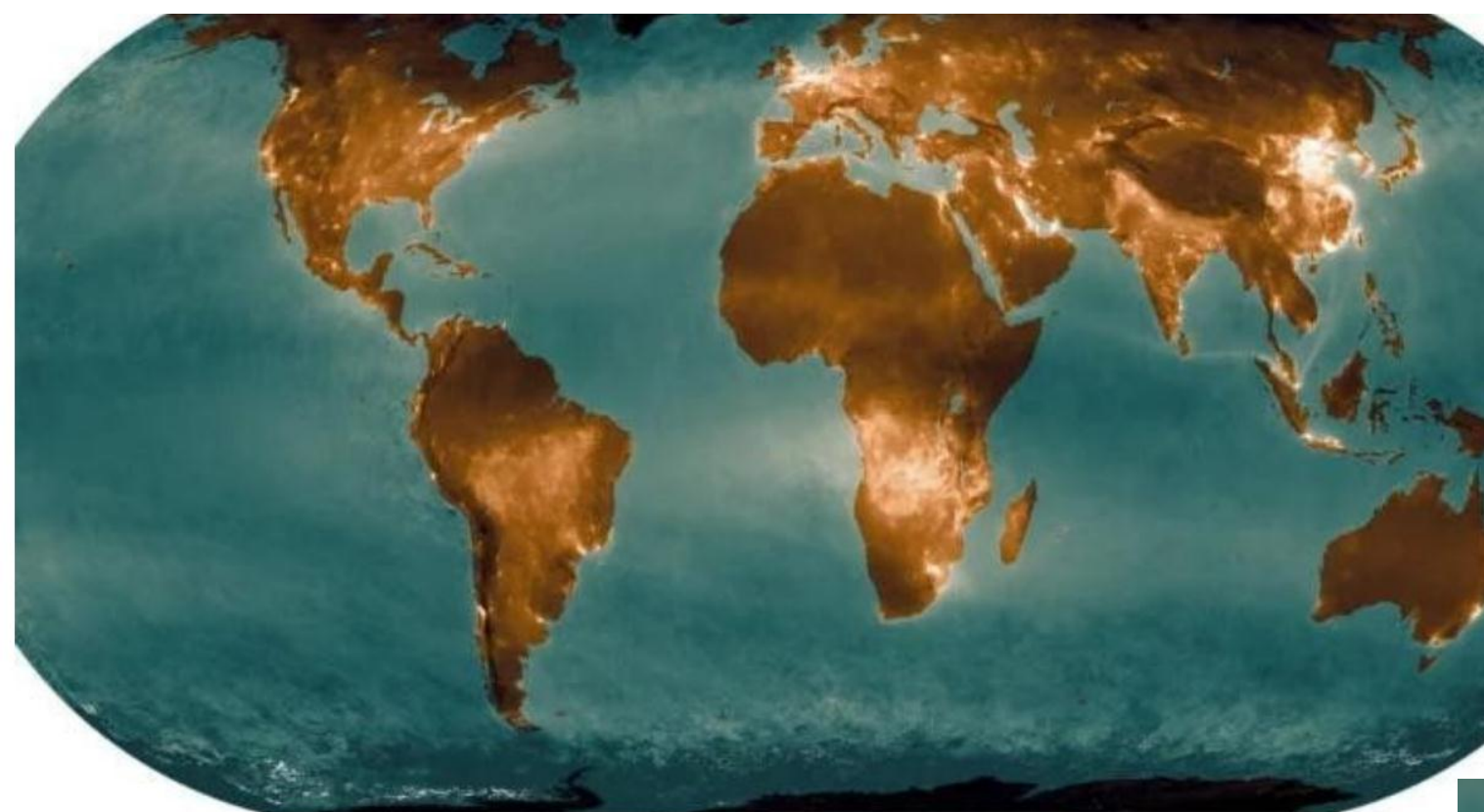
П.Б. Руткевич, Б.П. Руткевич

*Институт космических исследований  
Российской академии наук*

XXII Двадцать вторая международная конференция «СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ  
ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ ИЗ КОСМОСА »

Москва, 2024

13 ноября 2024



Новости

Диоксид азота ( $\text{NO}_2$ ), входящий в общую группу оксидов азота

Тематические разделы

**Диоксид азота ( $\text{NO}_2$ ), входящий в общую группу оксидов азота ( $\text{NO}_x$ ), является основным компонентом загрязнения воздуха в городской среде. Он образуется в результате высокотемпературного горения. Основными антропогенными (произведенными человеком) источниками выбросов этого вредного вещества являются газовые и угольные электростанции, а также городской транспорт. Кроме того, существуют и природные источники выбросов  $\text{NO}_2$ , например, лесные пожары, а также молнии, но их роль на общем фоне объемов выбросов является минимальной.**



Исследование рассеивания примесей в атмосфере представляет собой достаточно сложную задачу. Линеаризованная модель распространения газовой примеси в атмосфере должна учитывать перенос примеси в направлении потока, турбулентную диффузию и возможный распад газовой примеси за счёт химических реакций.

Процесс переноса примеси в атмосфере описывается уравнением:

$$\frac{\partial q}{\partial t} - K \cdot \Delta q + \vec{u} \nabla q + hq = F(t, \vec{r}) \quad (1)$$

Здесь  $K$  – коэффициент турбулентной диффузии,  $u$  – скорость ветра,  $h$  – коэффициент распада газа в химических реакциях.  $F(t, r)$  – источник газа на единицу площади поверхности. Мы несколько упростили эту задачу, исключив из рассмотрения вертикальную координату и считая, что скорость ветра направлена вдоль координаты  $x$ .

Решение этого уравнения мы строим на основе фундаментального решения. В качестве примера фундаментального решения уравнения (1) можно рассмотреть формулу (1) в работе Чернявского [1]. Но сама по себе эта формула не предъясвляет какого-либо физического решения. Она соответствует случаю, когда источник находится лишь в одной точке по всем координатам. Чтобы получить физическое решение, нужно ещё сделать свёртку фундаментального решения с начальным условием и с правой частью.

1. Чернявский С.А. Экспериментальные методы расчёта коэффициента турбулентной диффузии для анализа рассеивания химических загрязнений в атмосфере. Экологическая безопасность строительства и городского хозяйства. 2020. №1. стр. 22-27.

$$\frac{\partial q}{\partial t} - K \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} - K \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} + u \frac{\partial q}{\partial x} + hq = f(x, y) \quad (2)$$

$$f(x, y) = q_0 [\theta(x - L) - \theta(x + L)] [\theta(y - L) - \theta(y + L)] + q_1.$$

Здесь  $L$  – «радиус» города. Мы также предположили, что газ  $NO_2$  в основном выделяется в городе. Город мы задали в виде квадратной области с заданной стороной квадрата  $2L$ . И ещё предположили, что за пределами города существует некое фоновое значение газа. То есть, с теоретической точки зрения, мы добавили за пределами города дополнительный (слабый по сравнению с выделением газа в городе) источник газа  $q_1$ , который обеспечивает наличие этого фона.

Чтобы получить решение уравнения (2) нужно получить фундаментальное решение уравнения (2). В данном случае это фундаментальное решение имеет вид:

$$E(t, x, y) = \frac{1}{2\pi K t} \text{Exp} \left( -ht - \frac{(x - ut)^2}{4Kt} - \frac{y^2}{4Kt} \right) \quad (3)$$

Далее, чтобы получить решение уравнения (2), нужно сделать свёртку фундаментального решения с правой частью.

$$q(t, x, y) = \int_0^t d\tau \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dy_1 f(\tau, x_1, y_1) E(t - \tau, x - x_1, y - y_1) \quad (4)$$

$$f(x, y) = q_0 [\theta(x - L) - \theta(x + L)] [\theta(y - L) - \theta(y + L)] + q_1.$$

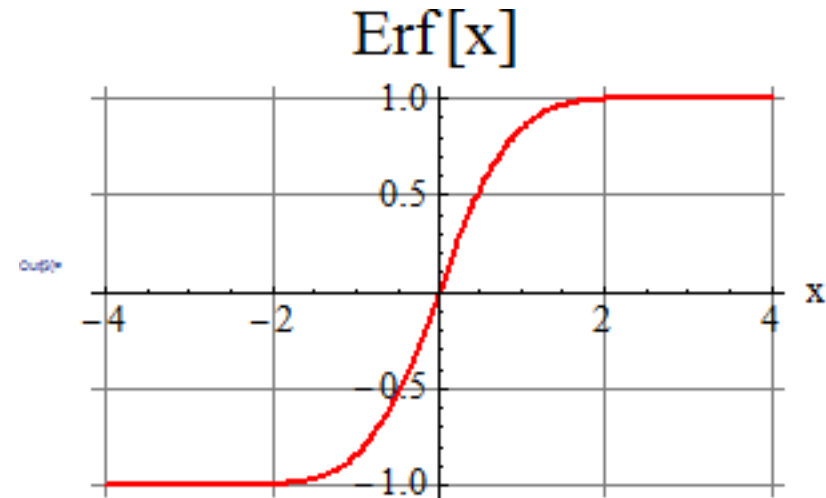
$$E(t, x, y) = \frac{1}{2\pi K t} \text{Exp} \left( -ht - \frac{(x - ut)^2}{4Kt} - \frac{y^2}{4Kt} \right)$$

Интегрирование по координатам удалось выполнить явно. Таким образом, решение уравнения (2) представлено в виде однократного интеграла по времени.

$$q(t, x, y) = \frac{1}{4} \int_0^t d\tau e^{h(\tau-t)} \left( 4q_1 + q_0 \left( \text{Erf} \left[ \frac{L + tu - \tau u - x}{2\sqrt{K(t-\tau)}} \right] + \text{Erf} \left[ \frac{L + tu - \tau u + x}{2\sqrt{K(t-\tau)}} \right] \right) \right).$$

$$\cdot \left( \text{Erf} \left[ \frac{L - y}{2\sqrt{K(t-\tau)}} \right] + \text{Erf} \left[ \frac{L + y}{2\sqrt{K(t-\tau)}} \right] \right).$$

$$\text{erf } z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt.$$



В эксперименте определялось количество газа в некотором кольце определённого радиуса шириной в 3,5 километра с центром кольца в центре города. Поэтому пришлось результаты переноса газа ветром, дующим в направлении координат  $x$  сторону, преобразовать из декартовой системы координат в полярную.

Решение  $q(t,x,y)$  при  $t=90000$  с можно представить в виде 3Д графика со следующими значениями параметров задачи  $K=50$  м<sup>2</sup>/с,  $u=2,25$  м/с,  $h=0.00004$  1/с, размер стороны квадрата города 20 км, скорость выделения газа в городе  $q_0 = 0.034$  micromol/(м<sup>2</sup> sec), скорость выделения газа за городом в виде фона  $q_1 = 0.0007$  micromol/(м<sup>2</sup> sec).

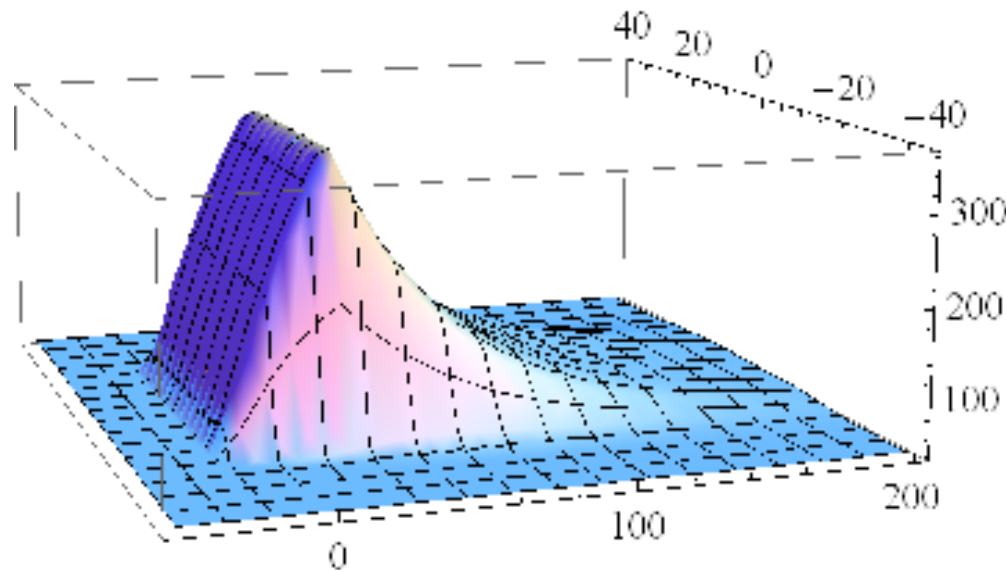
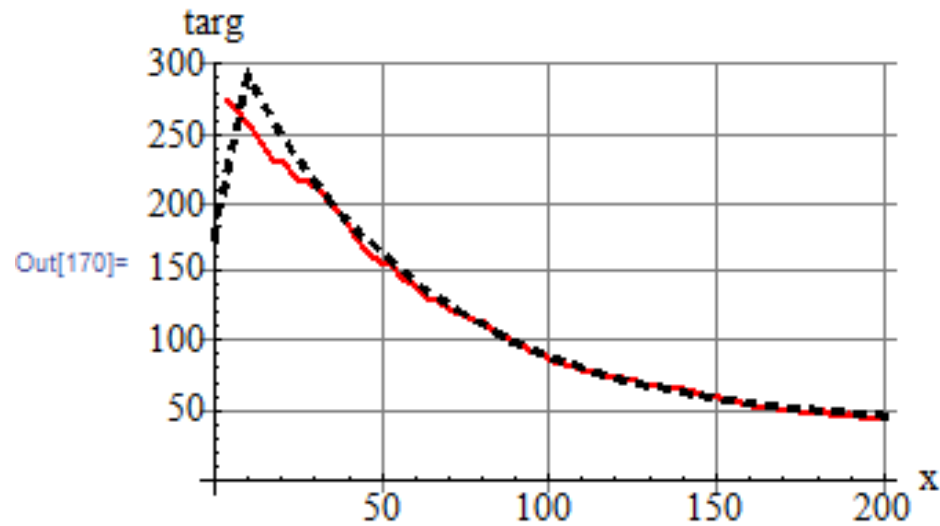


Рис. 1. Решение уравнения (2) в виде 3Д графика.  
Расстояние от центра города отложено в километрах.

In[170]:= Show [ ta2d, qBx ]

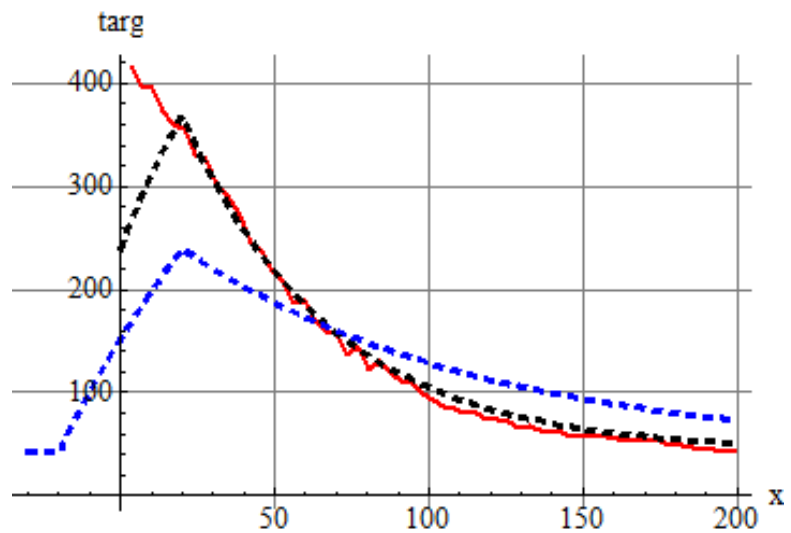


Out[170]=

Красным цветом представлены экспериментальные значения количества газа, полученными при скоростях в метрах в секунду  $2.0 < u < 2.5$ . Чёрной пунктирной линией представлено решение уравнения (2). Начало координат расположено в центре города. Параметры задачи определены таким образом, чтобы кривые совпали наилучшим образом. Таким образом, можно сказать, что определены параметры  $K$ ,  $h$ ,  $q_0$ ,  $q_1$ , которые изначально не были известны в эксперименте. Определить параметры задачи оказалось возможным с помощью аналитического решения уравнения (2), поскольку в эксперименте были получены данные для большого числа точек, которые, в конечном счёте, позволили построить красную кривую на графике сравнения. Таким же образом были получены параметры задачи и для других значений скорости ветра.

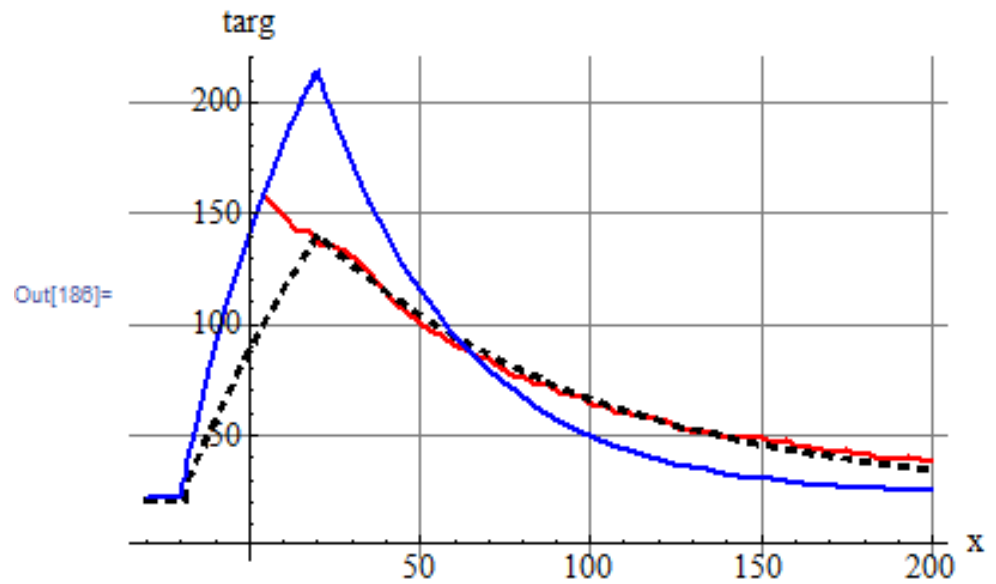
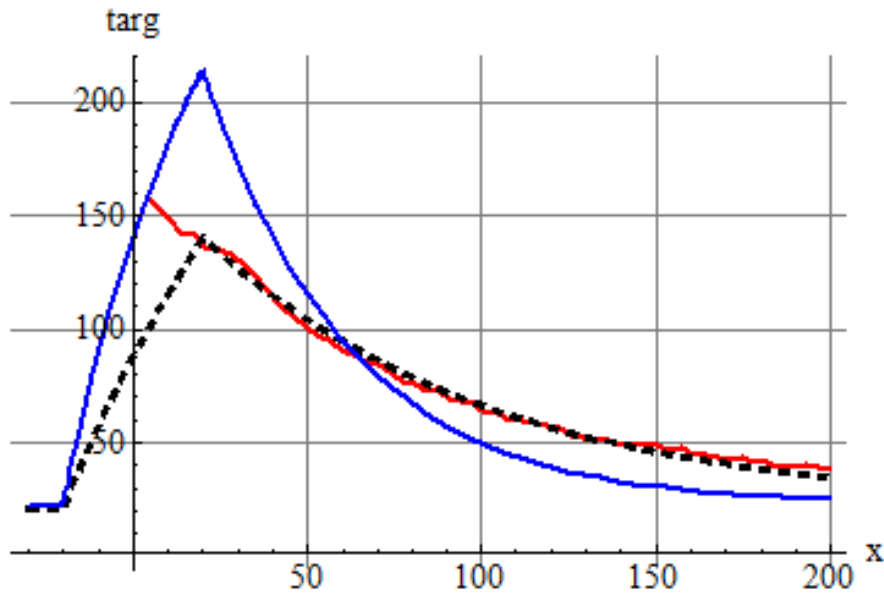
| u м/с | К м <sup>2</sup> /с | h 1/с      | q <sub>0</sub> | q <sub>1</sub> |
|-------|---------------------|------------|----------------|----------------|
| 0.25  | 50                  | 0.00000625 | 0.0043         | 0.00028        |
| 0.75  | 50                  | 0.000016   | 0.017          | 0.000731       |
| 1.25  | 50                  | 0.000028   | 0.026          | 0.0012         |
| 1.75  | 50                  | 0.000033   | 0.027          | 0.001          |
| 2.25  | 50                  | 0.000033   | 0.03           | 0.00086        |
| 2.75  | 50                  | 0.000038   | 0.032          | 0.0008         |
| 3.25  | 50                  | 0.00004    | 0.028          | 0.0009         |
| 3.75  | 50                  | 0.000044   | 0.028          | 0.0009         |
| 4.00  | 50                  | 0.0000472  | 0.016          | 0.0009         |

Скорость ветра в эксперименте определялась с точностью не более 20%, таким образом можно сказать, что предполагая коэффициент турбулентности 50 м<sup>2</sup>/с, можно считать, что коэффициент распада газа получился  $h=0,00003$  сек<sup>-1</sup>. Что соответствует уменьшению количества газа в е раз за 9 часов. Количество газа, выделяющееся в городе равно  $q_0=0,012$  micromol/(m<sup>2</sup> sec), а скорость образования фона равна  $q_1=0,001$  micromol/(m<sup>2</sup> sec).



Черный пунктир – скорость ветра 1.0м/с, синий пунктир – скорость ветра 2.0м/с. Красная сплошная линия – эксперимент, скорость ветра 1.0м/с.





In[187]:= {K 10<sup>6</sup>, (h 3600)<sup>-1</sup>, L, q0, q1,  
ua 10<sup>3</sup>, un}

In[187]:= {K 10<sup>6</sup>, (h 3600)<sup>-1</sup>, L, q0, q1,  
ua 10<sup>3</sup>, un}

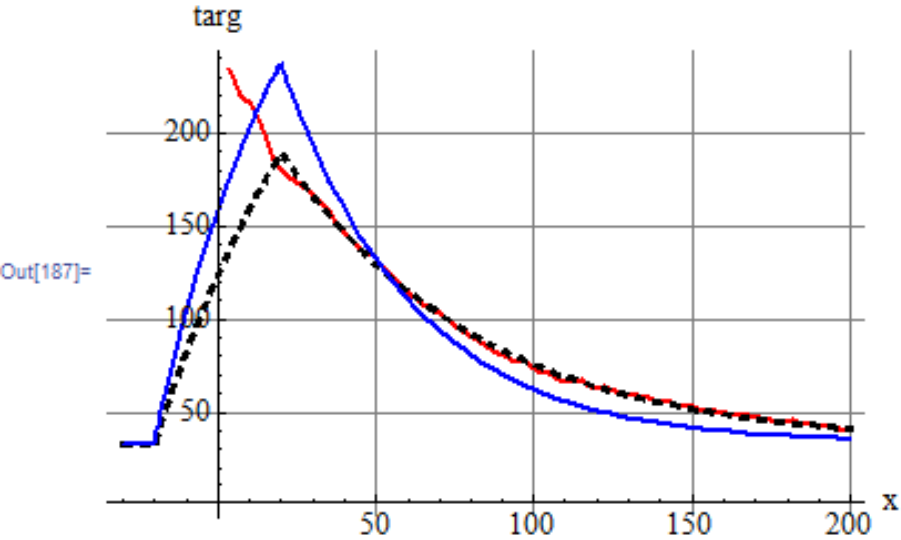
Out[187]= {50., 5.71429, L,  
0.015, 0.0011, 2., 4.}

Out[187]= {20., 5.71429, L,  
0.015, 0.0011, 2., 4.}

K=50 м<sup>2</sup>/с

K=20 м<sup>2</sup>/с

Два расчёта с разными заданными значениями параметра  $K$ . Видно, что результаты почти не отличаются.

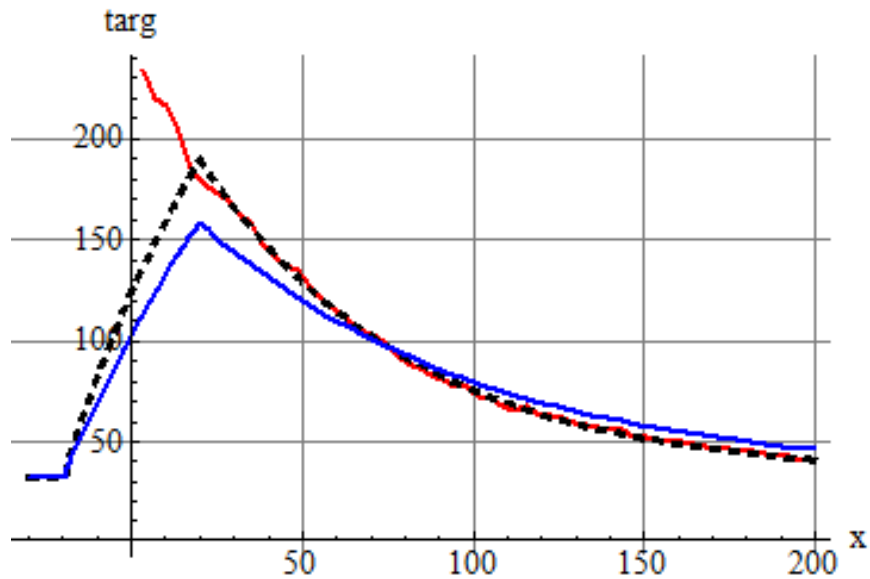


Черный пунктир – скорость ветра 3,0м/с, синий пунктир – скорость ветра 2.0м/с. Красная сплошная линия – эксперимент, скорость ветра 3 м/с.

```
In[188]:= {K 10^6, (h 3600)^-1, L, q0, q1,
           ua 10^3, un}
```

```
Out[188]= {50., 5.71429, 20,
           0.016, 0.0016, 2., 3.}
```

Чем больше скорость ветра, тем ниже находится максимум газа на границе города. Машины выделяют за сутки примерно одинаковое количество газа, но чем сильнее дует ветер, тем больше газа он сдувает за город. И тем меньше газа остаётся над городом. И, соответственно, тем больше газа собирается на расстоянии 200 километров от города.



Черный пунктир – скорость ветра 3,0м/с, синий пунктир – скорость ветра 4м/с.  
Красная сплошная линия – эксперимент, скорость ветра 3,0 м/с.

$\{K \cdot 10^6, (h \cdot 3600)^{-1}, L, q_0, q_1,$   
 $ua \cdot 10^3, un\}$

$\{50., 5.71429, 20,$   
 $0.016, 0.0016, 4., 3.\}$

Чем больше скорость ветра, тем ниже находится максимум газа на границе города. Машины выделяют за сутки примерно одинаковое количество газа, но чем сильнее дует ветер, тем больше газа он сдувает за город. И тем меньше газа остаётся над городом. И, соответственно, тем больше газа собирается на расстоянии 200 километров от города.

$$q(t, x, y) = \frac{1}{4} \int_0^t d\tau e^{h(\tau-t)} \left( 4q_1 + q_0 \left( \operatorname{Erf} \left[ \frac{L+tu-\tau u-x}{2\sqrt{K(t-\tau)}} \right] + \operatorname{Erf} \left[ \frac{L+tu-\tau u+x}{2\sqrt{K(t-\tau)}} \right] \right) \cdot \left( \operatorname{Erf} \left[ \frac{L-y}{2\sqrt{K(t-\tau)}} \right] + \operatorname{Erf} \left[ \frac{L+y}{2\sqrt{K(t-\tau)}} \right] \right) \right)$$

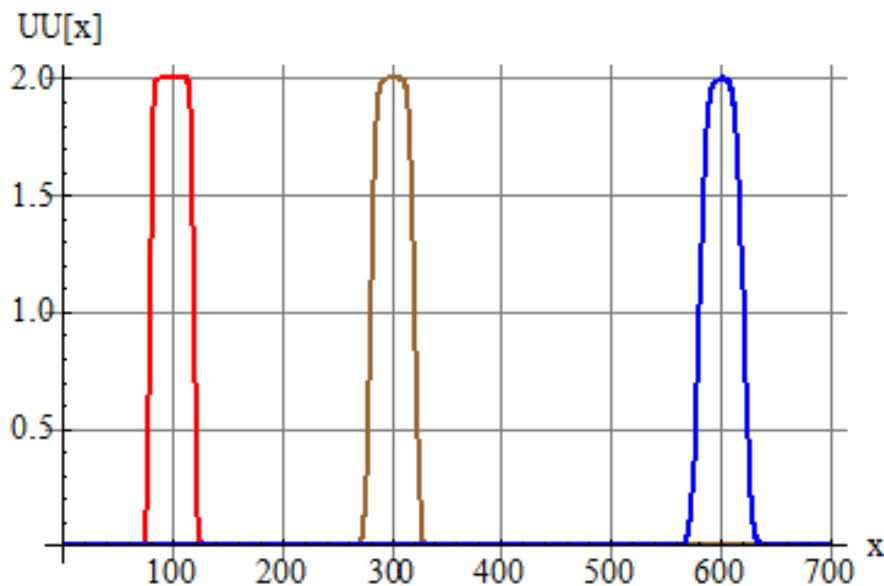
Вот ещё наблюдение.

$$U(t, x) = \left( \operatorname{Erf} \left[ \frac{L+tu-x}{2\sqrt{Kt}} \right] + \operatorname{Erf} \left[ \frac{L+tu+x}{2\sqrt{Kt}} \right] \right)$$

In[152]:= Show [UU3a, UU4a, UU5a]

In[157]:= {t3, t4, t5, s, ua 1000, K 10<sup>6</sup>}

Out[157]:= {50 000, 150 000, 300 000, 20, 2., 50.}



Чем дальше от центра города уходит решение, тем менее это решение похоже на форму города. И тем больше оно похоже на колокол.



***Спасибо за  
внимание!***